

سلام دوستان! ♥ خلاقیت ...

در بحث استدلال ریاضی

خب، امروز قراره بریم سراغ درس آشنایی با منطق و استدلال ریاضی که فضای این درس نسبت به دروس قبلی کتاب یازدهم متفاوته ...

مقدمه

قبل از اینکه وارد بحث اصلی هون بشیم یک مروری کنیم از تبدیل عبارات فارسی به ریاضی

و برعکس که قبلاً باهاشون آشناسیم. اینجا هم با چندتا نمونه مرور هون می‌کنیم.

$\sqrt[n]{x}$ ریشه n ام عددی \rightarrow ? $\frac{1}{x+y}$ معکوس مجموع دو عدد \rightarrow ?

تب حال بالعکس: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ مجموع معکوس دو عدد \rightarrow ?

$x < a$ کوچکتر یا مساوی عدد a \rightarrow ?

مواقفین چندتا سوال جون دار تر حل کنیم!

مجموع معکوس هر دو عدد طبیعی، کوچکتر است از قدر مطلق تفاضل آن دو عدد:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < |x - y| \rightarrow x, y \in \mathbb{N}$$

مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی، از مربع همان عدد کوچکتر است:

$$x^3 + (x+1)^3 < x^2 \rightarrow x \in \mathbb{Z}$$

تذکره: اگر شرط خاصی ذکر نشود آن عدد را جزو اعداد حقیقی (IR) میدانیم.

استدلال‌های ریاضی:

استدلال استنباطی = استدلال قیاسی ← بهترین روش در استدلال

(اگر P ، آنگاه Q) $Q \rightarrow P$: مقدمه ۱

P : مقدمه ۲
 $\therefore Q$

به معنای نتیجه سببی است.

حب بریم ی استدلال استنباطی بینیم :
مقدمه ۱ : اگر به تمام سوالات پاسخ درست داده شود آنگاه نمره ۲۰ می شود (۹)
مقدمه ۲ : هر یک به تمام سوالات پاسخ درست داده (۲)
(نمونه اول)

∴ نمره هر یک ۲۰ می شود (۹)

مقدمه ۱ : اگر از وسیله نقلیه استفاده کنید تصادف نخواهید کرد. (۹)
مقدمه ۲ : علی از وسیله نقلیه استفاده کرده (۲)
(نمونه دوم)

∴ علی تصادف نخواهد کرد (۹)

نکته مهم : نتیجه استدلال استنباطی (ارزش ۹)، زمانی درست است که مقدمه ۱ درست باشد.
(نتیجه نمونه اول درست ولی نتیجه نمونه دوم نادرست است)

نکته مهم تر : روش هر دو نمونه نادرست است.

مغالطه (سفسطه - مغالطه) : روشن به کار رفته در آن نادرست است.

جنب شغل علی مغالطه رد با هم بینیم :

مقدمه ۱ : $P \rightarrow Q$ (اگر P آفتاب است Q)

مقدمه ۲ : Q

$\therefore P$

نمونه از مغالطه :

مقدمه ۱ : اگر در امتحان تعلق غیبی و مردود می شود ^(P) ^(Q)

مقدمه ۲ : احمد مردود شده است $\therefore Q$

نمونه اول

\therefore احمد در امتحان تعلق کرده است $\therefore P$

مقدمه ۱ : اگر باران بیاید ^(P) زمین خنک می شود ^(Q)

مقدمه ۲ : زمین خنک شده است $\therefore Q$

نمونه دوم

\therefore باران باریده است $\therefore P$

نکته مهم : روشن مغالطه هواره نادرست است. اما نتیجه آن می تواند درست یا

نادرست باشد.

نتیجه در نمونه اول نادرست و در نمونه دوم درست است.

استدلال عکس نقیض :
 در بعضی موارد به جای اثبات گزاره $q \rightarrow p$ که بر است که درست است
 $p \rightarrow q$ را نشان دهیم ، مثال :

اثبات گزاره " K زوج است " \rightarrow K^2 عددی زوج است ، " جاری مشکل است "
 پس ما عکس نقیض را اثبات می کنیم :
 یعنی مندر است \rightarrow K^2 زوج است \rightarrow K زوج است "
 یعنی مندر است

نماد عدد زوج : $2n$

نماد عدد فرد : $2n+1$

فرض $K = 2n+1$ \rightarrow به توان ۲ $K^2 = (2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 =$

$2(2n^2 + 2n) + 1 = 2m + 1$

$m \leftarrow$ عددی صحیح است

نتیجه : این نوع اثبات بیشتر در مدارس سطح متوسط و پیشرفته تئوری کاربرد دارد .

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

بند اول خط درج اول است

• تب این جیب آخرین موضوع این درس ما

هستش پس قبل همیشه بر انرژی باسیم و بریم ادامه...

نکات مهم:

① دو طرف یک معادله را نمی توانیم بر نیرو متغیر (مانند x) تقسیم کنیم، زیرا ممکن است آن متغیر صفر باشد!

که در این صورت تعریف نشده است.

(مثال ۱)

$$x(x-3) = 5x$$

$$\rightarrow x^2 - 3x - 5x = 0 \rightarrow x(x-8) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=8 \end{array} \right.$$

نکته: در مثال بالا نمی توانیم طرفین را بر x ساده کنیم چون همانطور که در پاسخ دیدید ممکن است x ما صفر باشد. (بازنگ قرمز مشخص کردم.)

② در کسری که صورت و مخرج آن به صورت جمع و تفریق است مجاز به ساده کردن نیستیم. فقط می توانیم به کمک تجزیه و یا فاکتورگیری آن را به ضرب تبدیل کنیم.

(مثال ۲)

$$\frac{4 \times 8 - 3 \times 2}{4} = \frac{8 - 3 \times 2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

کامل است یا است. چون بین آنها جمع و تفریق است.

۳) دیک نامعادله، طرفین را می توان در عددی که علامتش را نمی دانیم ضرب یا بر آن

تقسیم کنیم. چرا؟ چون اگر دو طرف را در یک عدد مثبتی ضرب یا بر آن تقسیم کنیم، جهت

نامعادله عوض نمی شود.

مثال: از نامعادله $x < y$ نمی توانیم نتیجه بگیریم که $ky < kx$ یا $\frac{x}{k} < \frac{y}{k}$ چرا؟

چون علامت k را نمی دانیم. (ممکنه k منفی باشه و $\frac{x}{k}$ و $\frac{y}{k}$ تعریف نشده شود. ممکنه علامت k مثبت باشه و جهت نامعادله تغییر کنه.)

۴) در شکل های هندسی مثل دایره، مستطیل و... اگر شعاع یا ابعاد شکل k برابر

شک این درس هم محوم شد اما بریم سراغ مطلب پایانی یعنی نمونه سوالات:

کدام گزینه درست است؟

۱) حاصل کسر $\frac{10x+3y}{3y}$ برابر با $10x$ است.

۲) $x > y \xrightarrow{k \in \mathbb{R}} \frac{x}{k} > \frac{y}{k}$

۱۰) برای حل معادله $x = (7 - 5x) \cdot x$ ، هر دو طرف را بر x ساده می‌کنیم

۱۱) اگر شعاع دایره ۴ برابر شود مساحت آن ۱۶ برابر می‌شود.

۱۲) (جنب پریم سینم چراغی که تزیین ک علف بودند)

۱) مادری صورت علامت + داریم پس نمی‌توانیم ۳ در صورت و مخرج را ساده کنیم

۲) k عدد حقیقی است و نمی‌دانیم مثبت، منفی و یا حتی صفر است یا خیر.

۳) x را از هر دو طرف نمی‌توانیم حذف کنیم چرا؟ چون x می‌تواند صفر باشد.

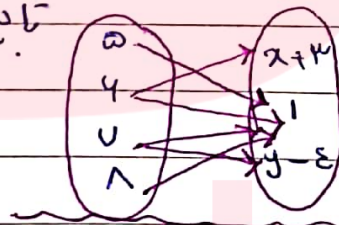
ثابت: اگر شعاع دایره ای ۳ برابر شود، محیط هم ۳ برابر ولی مساحت ۹ برابر می‌شود.
۴ برابر می‌شود، ۴ برابر می‌شود، ۱۶ برابر می‌شود.

۸ نتیجه کدام است لال هواره درست است ؟

۹ اگر بنزین ماشین تمام شود آنگاه ماشین می‌ایستد.
ماشین محسن ایستاده است.
۱۰ بنزین ماشین محسن تمام شده است.

۱۱ اگر داده k با هم برابر باشند آنگاه وابستگی آنها برابر (1) است.
داده k ی a و c برابرند.
۱۲ وابستگی a و c برابر (1) است.

۱۳ اگر نمودار دن تبعی باشد، آن گاه از هر عضو دامنه نباید اقلس خارج شود.
نمودار دن تبعی است.



$$a = -2$$

۱۴ اگر فقط اختلاف هر دو مقدار از متغیری باشد، آنگاه آن متغیر هم نسبتی است.
۱۵ فقط اختلاف دمای هوای هر دو شهر باید معنی است.
۱۶ دمای هوای شهر k متغیر هم نسبتی است.

۱۱ **یادداشت** نکته اول یادشود با سه نتیجه با روش متفاوت بود (رجوع به نجات)
اینجا الزما نتیجه روحی خواهد بود.

هر زمانی نتیجه هواره درست است یا

۱۲ **نکته** نتیجه استدلال ۱ ممکن است نادرست باشد چون شاید علت است ماسین
تمام شدن بتزین نباشد.

۱۳ **نکته** نتیجه استدلال ۲ ممکن است نادرست باشد چون مقدمه اول نادرست است
نکته: می دانیم اگر داده که برابر نباشند، واریانس صفر است.

۱۴ **نکته** نتیجه استدلال ۳ درست است. از ۶ دوفلس خارج شده ولی گفته شده
تابع است پس عضو کی درم باید مساوی باشند یعنی $a = -2 \rightarrow a + 3 = 1$

۱۵ **نکته** نتیجه استدلال ۴ نادرست است.

۱۶ **نکته** اگر فقط اختلاف هر دو مقدار از متغیرک با معنی باشد، آن متغیر هم فاصله ای است.

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

در حین مورد از روابط زیر، استیانه گاسباتی رخ داده است ؟

x	2	3	4
f	4	8	2

$$\bar{x} = \frac{(2 \times 4) + (3 \times 8) + (4 \times 2)}{4 + 8 + 2} = \frac{2\alpha}{3} + \frac{5\alpha}{2} = \frac{7\alpha}{4}$$

$\frac{1-y}{y^3} = 1$ (ت) \times
 $(\alpha+3)^2 = 14$ حذر \rightarrow (پ) \times

$\frac{4\alpha + 15\alpha}{4} = \frac{19\alpha}{4}$ چرا (پ) نادرست است؟ به درستی خارج مشترک نرفته

$\bar{x} = \frac{(2 \times 4) + (3 \times 8) + (4 \times 2)}{4 + 8 + 2}$ چرا (ب) نادرست است؟

چرا (پ) نادرست است ؟ وقتی حذر من سر به سمت راست + مردهم

$(\alpha+3)^2 = 14$ حذر $\rightarrow \alpha + 3 = \pm 4$

چرا (ت) نادرست است ؟

نیز به آنم که را خط نزنیم

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

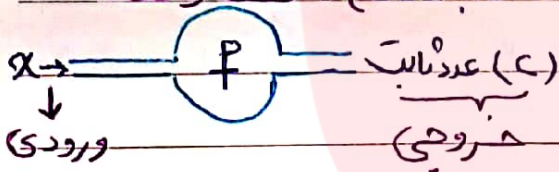
سلام دوستان... خدا قوت، خب قراره که از اینجا به بعد وارد محیط تابع

باشیم که تا حدودی سال دهم بارش آشنایی داشتیم. در کل این مباحث در حد

خیلی پیشرفته مطرح نشدن و در این مطلب هم سعی شده نکات لازم و کلیدی بیان

تایید ثابت

تعریف: دستگاهی که به ازای هر ورودی (هر عددی که باشد)، فقط و فقط

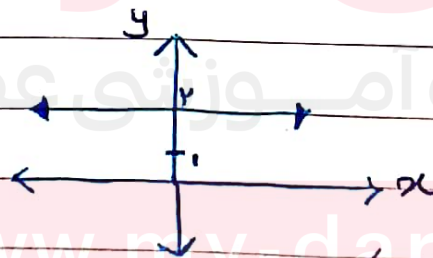


یک عدد را به عنوان خروجی می دهد.

مثال کلی: $f(x) = c$

نکته: c یک فرض است که نشان دهنده خروجی تابع ثابت که همیشه نشان است می باشد.

نمودار: برای مثال اگر $f(x) = 2$ باشد، دامنه ی \mathbb{R} فرض می کنیم و نمودارش



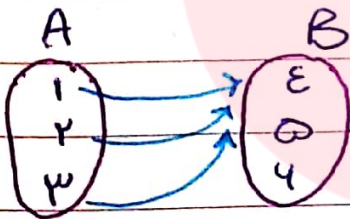
حالا میخواهیم ببینیم که ی محلف بد تابع ثابت را نشان

حالاتی خواهیم نماند که می‌تواند تابع ثابت را نشان دهیم:

۱) نمایش زوج مرتبی: زمانی است که مولفه‌های دوم همه زوج مرتب‌ها با هم برابر باشند.

$$F = \{ (4, 2), (5, 2), (-2, 2) \}$$

۲) نمایش بی‌ثباتی: زمانی است که همه بی‌ثباتی‌ها که به یک عضو از



مجموعه B وارد شده باشند.

در همه بی‌ثباتی‌ها که به عضو ۴ وصل شده‌اند.

۳) نمایش مختصاتی: زمانی است که همه نقاط آن تابع روی یک

خط افقی قرار داشته باشند.



تابع چند ضابطه‌ای :

تعریف : تابعی که بیش از یک ضابطه دارند چند ضابطه‌ای نامیده می‌شوند.

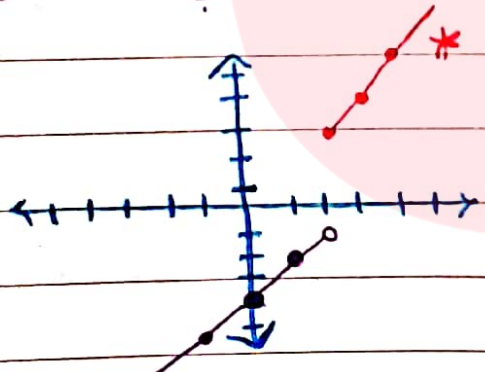
خب مثال بزنیم :

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 2 \rightarrow \text{ضابطه 1} \\ x-3 & x < 2 \rightarrow \text{ضابطه 2} \end{cases}$$

یعنی: اگر ورودی ما عددی بزرگتر یا مساوی (دو) باشد،

از ضابطه $x+1$ استفاده می‌کنیم و اگر ورودی ما عددی کوچکتر از (دو)

باشد، از ضابطه $x-3$ استفاده می‌کنیم.



نمودار :

خب برای رسم نمودار : از ضابطه اول شروع می‌کنیم. ابتدا عدد ۲ را وارد ضابطه می‌کنیم یعنی به جای x در ضابطه اول عدد ۲ را می‌گذاریم قدری شود

$$\underline{x+1} \rightarrow \underline{2+1} = \underline{3}$$

x	۲	۳	۴
y	۳	۴	۵

و سپس اعداد بزرگتر از دو را جایگزین می‌کنیم. رسم جدول در رسم نمودار کمک کرده است.

خب این سه ضابطه اول که بازنش قرار می‌دهیم سه ... *

جنب می ریم سراغ ضابطه دوم. دامنه را عدد نگاه کنیم نشان دهنده اعداد کوچکتر از

۲ می باشد. (دقت کنید خود عدد درست پس تو خالی نشان داده می شود.)

۸	۲	۱	۵
۷	-۱	-۲	-۳

• یعنی ما هر کدام از اعداد ۲ را رده و ... را در ضابطه

دوم یعنی ۳-۸ جایگذاری کردیم و سپس نمودار را بارنگ بنفش رسم کردیم.

توجه!

دقت کنیم ما می گوییم است نمودار تو بدهند و ضابطه تابع چند ضابطه ای را بخواهند

توجه!

دقت کنیم علت اینکه مادر رسم نمودار هر ضابطه از حیف استفاده کردیم و نه نقطه

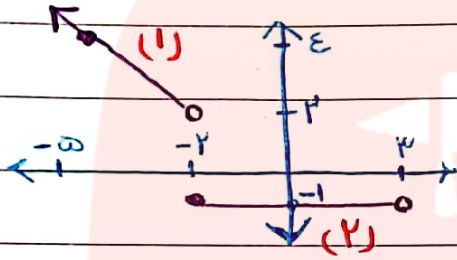
این است که به ما تلفته ورودی های ما عضو چه مجموعه ای هستند مثلاً تلفته عضو

اعداد طبیعی (N)، صحیح (Z) هستند یا حقیقی؟ در نتیجه ما آن تو عضو IR

یعنی اعداد حقیقی در نظر می گیریم.

برگردیم سراغ نکته اول:

این نکته رو من با مثال توضیح میدم که راحت تر باشه



منابعی بود که می بینید ما دو نمودار

داریم پس تابع ما دو ضرایب می شناسیم

برای سرعت هر قدم از این ضرایب: با عدد مشخص کردم برای راحتی کل

برای حل این صور سوالات کافیست چون فقط از هر نمودار انتخاب کنیم

و از فرمول کلی $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (فرمول سب) و $y - y_1 = m(x - x_1)$

استفاده کنیم

انتخاب نقطه (1) $(-2, 2)$ و $(-5, -1)$

$m = \frac{2 - (-1)}{-2 - (-5)} = \frac{3}{-3} = -1$ سب

$y - y_1 = m(x - x_1)$ انتخاب نقطه $(-2, 2) \rightarrow y - 2 = m(x - (-2))$

$\rightarrow y - 2 = -1(x + 2) \rightarrow y = -x - 2 + 2$ ضرایب اول

حالا محدوده این ضرایب اول رو باید مشخص کنیم. α کی کوچکتر از ۲ * دقت
 شود خود ۲ شامل این محدوده نمی شود چرا؟
 چون تو خالی است.

بریم سراغ ضرایب دوم:

اینجا هم می توانیم از همون روش بالا بریم اما... ی میانه‌ری دهم می سه اینجا

زد!! **خطوری**? اینجا ما یک خط افقی داریم یادتون میاد و ذرات افقی برای دهم تابع

بود؟! بله برای تابع ثابت بود پس نیازی نیست مراحل ضرایب اول رو بریم.

و فقط کافیست محدوده را مشخص کنیم محدوده مجازی سه؟ $3 < \alpha < 4$ - خود ۳ شامل نمی سه

چون تو خالیه. پس حروفی مادر این محدوده می شود (۱)

حالا بریم این دو تا ضرایب رو مرتب بنویسیم:

$$f(\alpha) = \begin{cases} \alpha < 2 \\ -\frac{2}{3}\alpha + \frac{2}{3} \\ -1 < \alpha < 3 \\ -1 \end{cases}$$

www.myspars.ir

هنگامی که سرانجام مطلب آخره که غیر خوش است، راحت تر هم هست :

سؤال عالی : $f(x) = x$

تابع همانی :

تعریف :

تابعی است که هر عدد که واردش شود، همان عدد را به عنوان خروجی می دهد.



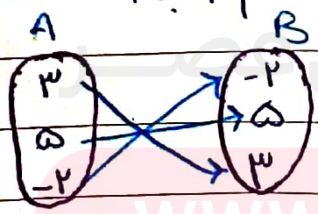
برای سرانجام خاص های مختلف این تابع :

۱) زوج مرتب : زمانی است که مولفه اول و دوم با هم برابرند.

$$f = \{ (3, 3), (5, 5), (-2, -2) \}$$

۲) خاص بیعانی :

زمانی است که اعداد سروته پیکان با هم برابر باشند.

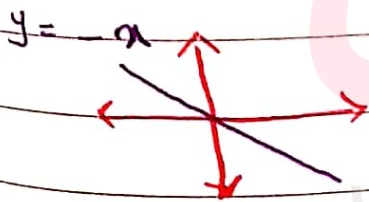
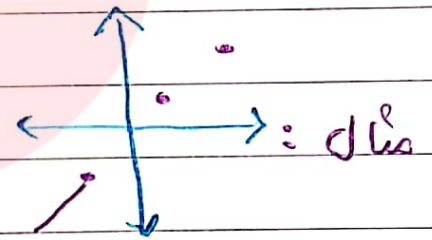
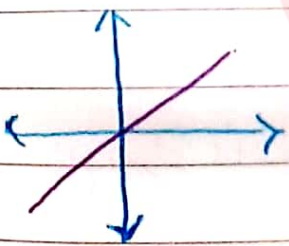


۳. نمایش مختصاتی:

خط گزینیم که تابع هانج به صورت $F(x) = x$ است

نقطه: پس نمودار این تابع قراروی خط $y = x$ (بنیاد ربع اول و سوم)

قرار دارد که می تواند (عل خط) یا (چند نقطه روی این خط) باشد.

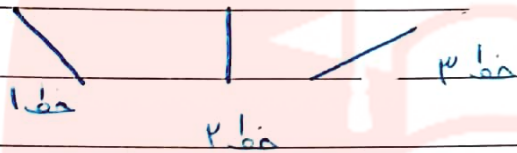


نقطه: $y = -x$ بنیاد ربع دوم و چهارم است.

www.my-dars.ir

چیز به عنوان مطلب آخر خوبه که ...

کاربرد سب در مسائل توصیفی رو هم با هم مرور کنیم. پس بر قدرت بریم ادامه ...



نکته ۱:

سب (۱) > سب (۲) > سب (۳)

نکته ۲: در مسائلی که در این قسمت مطرح می شود، قدر مطلق سب بیانگر **سرعت** حرکت می باشد.

نکته ۳: سب خط افقی هیچ است پس اگر در یک نمودار، پاره خطی افقی مشاهده کردید می فهمید:

خودرو یا شخص در یک بازه زمانی ایستاده است. (سرعتش = صفر)

* خط بریم سرع چندانست تا مطالبی که خواندیم تعجب نبوند:

۱ اگر $F(x) = k$ تابعی ثابت باشد، و داشته باشیم $F(kx) = kF(x)$

آنجا حاصل $F(1) \times F(\sqrt{2})^2 \times F(-4)$ کدام است؟
 $F(1) = 1$
 $F(\sqrt{2})^2 = 1$
 $F(-4) = 1$
 پس $k = k \cdot k$

$$k(1-k) = 0 \rightarrow k = 0 \quad \text{و} \quad k = 1$$

$$F(x) = 1$$

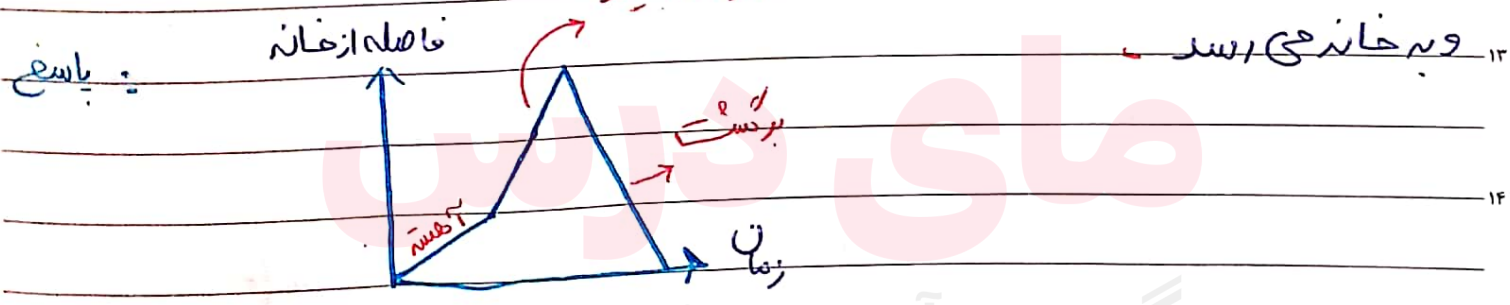
۲) اگر $f(x)$ تابعی هانی باشد، حاصل عبارت $\frac{\sqrt{2} \times f(\sqrt{2}) - f(4)}{(f(\frac{1}{3}))^2}$ کدام است؟

$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ $f(4) = 4$ $f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}^*$

طبق سوال = $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 4}{(\frac{1}{3})^2} = \textcircled{-18}$

۳) ابتدا برای رفتن به مدرسه از خانه خارج می شود ابتدا آهسته قدم می زند سپس

سرعتش را بیشتر می کند تا به پارک برسد سپس از مسیری که آمده بود برمی گردد



سلام دوستان، خلاقیت... امروز می‌رویم سراغ ادامه صحبت تابع. پیشنهاد

من به شما این هست که این درس رو جدی بگیرید چون ① برای درس بعدی کاربرد

زیادی داره ② بسیار تست چیز هستن

تابع پلانی :

تعریف: نوعی تابع چندضابطه‌ای است که در هیچ کدام متغیر مشاهده نمی‌شود.

مثبت یعنی چی؟! یعنی تمام ضابطه‌ها عدد هستند. نمودار این تابع به شکل پله‌ها

افقی است. مثال: $f(x) = \begin{cases} 4 & x < 1 \\ 5 & x > 1 \end{cases}$

نکته: حتی اگر یک خط غیر افقی هم در نموداری باشد.

آن نمودار نمی‌تواند مربوط به یک تابع پلانی باشد. در تشخیص نمودار پلانی نگاه کن.

تابع علامت :

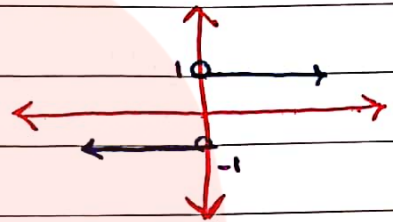
تعریف: تابع علامت یا تابع "sign" نوعی تابع پلانی محسوب می‌شود.

و ضابطه آن به این شکل است:

به اعداد مثبت، عدد ۱ نسبت داده می شود

$$f(x) = \text{Sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

نمودار:



به اعداد منفی، عدد -۱ نسبت داده می شود

مثبت به چندتا مثال بزنیم:

$$\text{Sign}(\sqrt{3}) = 1$$

$$\text{Sign}(0) = 0$$

$$\text{Sign}(-3) = -1$$

حالا می خواهیم دامنه و برد تابع علامت را مشخص کنیم:

$$D_{\text{Sign}(x)} = \mathbb{R}$$

$$R_{\text{Sign}(x)} = \{-1, 0, 1\}$$

چیز صمیمی = برابرت

منقول از $[x]$ که آن را چند صمیمی x یا برابرت x می خوانیم این است

که ابتدا مشخص می کنیم x بین کدام دو عدد صمیمی متوالی قرار دارد و سپس

عدد که هلیتر را به عنوان جواب $[x]$ انتخاب می کنیم. مثال می زنیم:

$$[3, 9] = 3$$

$$[-5, 18] = -4$$

$$[0] = 0$$



بین ۳ و ۴ است

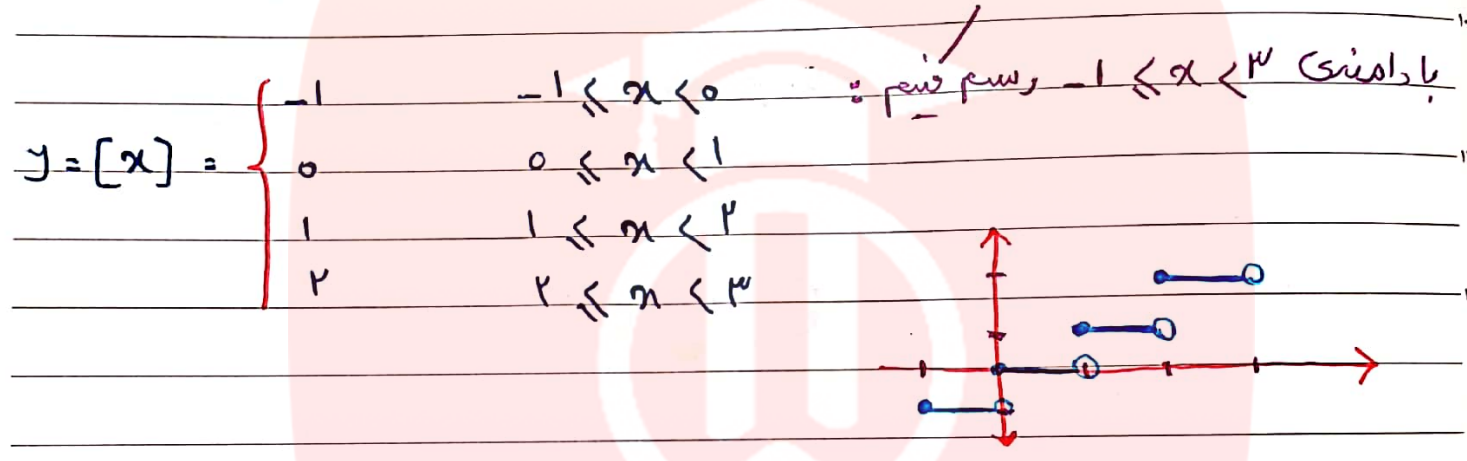
بین -۵ و -۴ است

عدد صمیمی است.

مثال: تابع $y = [x]$ را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار این تابع، باید

دامنه تابع را که همیشه هم به‌صورت x است به قسمت‌های کوچک‌تر تقسیم کنیم.

یعنی آن را به یک تابع چندضابطه‌ای تبدیل می‌کنیم. مثلاً می‌خواهیم نمودار $y = [x]$ را



نکته: اگر با تابعی رویه رسم می‌کنیم که x هم داخل برانت و هم بیرون برانت وجود داشته باشد

مثلاً $y = [x] + 2x$ یا $y = x - [x]$ ابتدا با x بیرون برانت کاری نداریم و دامنه را به قسمت

های کوچک تبدیل می‌کنیم سپس در هر قسمت کوچک به جای $[x]$ عدد صحیح

مناسب قرار می‌دهیم و نمودار را رسم می‌کنیم. (مثال: $y = [x] + 2x$)

مثال: تابع $y = x - [x]$ با دامنه $0 \leq x < 1$ کدام است؟

$$y = x - [x] = \begin{cases} x - (-1) & -1 \leq x < 0 \\ x - 0 & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

+1

خواهیم دریافت :
• اگر K عددی صحیح باشد : $[x + K] = [x] + K$ به عنوان مثال :

$$[x + 2] = [x] + 2$$

• حاصل $[x] + [-x]$ اگر x عددی صحیح باشد ،

برابر صفر و اگر x عددی غیر صحیح باشد برابر -1 است .

قدر مطلق :

تعریف : هر عدد یا عبارتی که داخل قدر مطلق باشد ، اگر مثبت یا صفر باشد خودش

بدون تغییر بیرون می آید و اگر منفی باشد مرتبه اش بیرون می آید .

بسیار مهم :

گاهی در داخل قدر مطلق داریم که در این صورت تابع قدر مطلق داریم .

تغیب در این صورت چه کاری انجام دهیم ؟

ابتدا عبارت داخل قدر مطلق را مساوی صفر قرار می دهیم تا ریشه به دست بیاید

سپس با توجه به علامت صریح یا عبارت قدر مطلق را به یک عبارت دو ضابطه ای

تبدیل می‌کنیم. مثال: $y = |x - 3|$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

ریشه داخل قدر مطلق برابر (3) است.

از طرفی صریح x مثبت است. پس به ازای $x > 3$ خود عبارت و به ازای $x < 3$

$$y = |x - 3| = \begin{cases} x - 3 & x > 3 \\ -(x - 3) & x < 3 \end{cases}$$

قرینه عبارت خارج می‌شود.

مالا این صریح x منفی باشد، چه اتفاقی می‌افتد؟

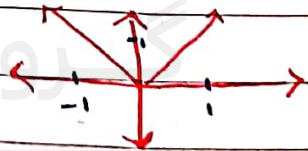
هر وقت داخل قدر مطلق صریح منفی بود، کافیست علامت جمله‌ها را داخل قدر مطلق

را عوض کنیم و مانند قبل ادامه دهیم. مثال: $y = |2x - 4|$ ← $y = |2x - 4|$

رسم توابع قدر مطلق:

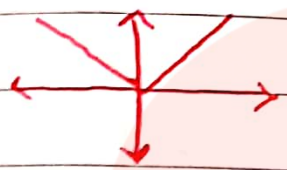
علاوه بر این باید قدر مطلق را از بین ببریم و تابع را دو ضابطه‌ای کنیم.
 ریشه $0 = 0$

$$y = x = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

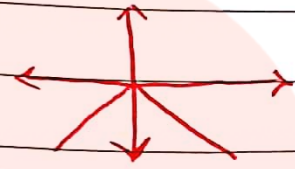


روش انتقال:

با دمج ضرایب اصلی باید استنباط کنیم =



$y = |x|$

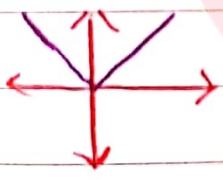


$y = -|x|$

حالا می خواهیم نمودار $y = |x - 3| + 1$ را به روش انتقال رسم کنیم.

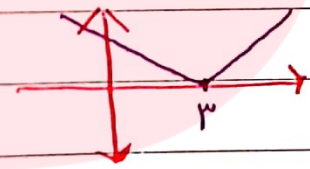
ریشه داخل قدر مطلق برابر (3) $x - 3 = 0$ $x = [3]$

خب این عدد نشان می دهد که باید نمودار $|x|$ را ۳ واحد به راست انتقال دهیم



$y = |x|$

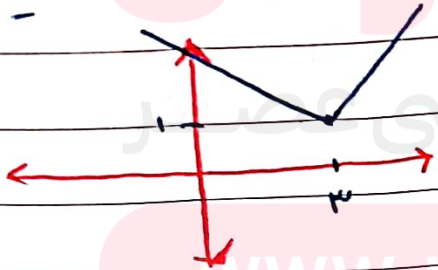
۳ واحد به راست
→



$y = |x - 3|$

حالا سراغ عددی می رویم که با قدر مطلق جمع یا تفریق شده که این عدد انتقال

به بالا یا پایین و نشان می دهد



www.my-dars.ir

• اگر بخواهیم نمودار $y = |x - 3| + 1$ را رسم کنیم باید مراحل بالا را برای نمودار

انجام دهیم.

• خوب بریم با هم چندتا نمونه سوال حل کنیم که مطالب برامون تثبیت بشود:

مسئله ۸:

اگر $\text{sign}(x^2 - x - 2) = 0$ باشد، x چه مقادیری می تواند اختیار کند؟

$$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

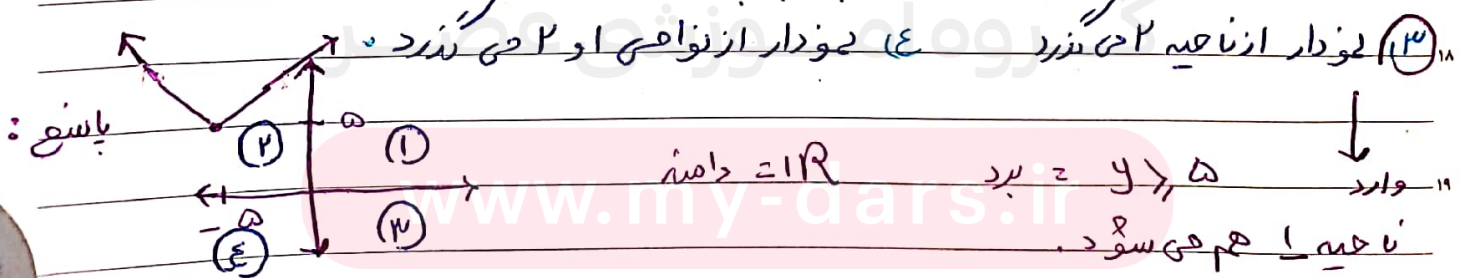
م حاصل عبارت $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{7}]$ کدام است؟

$$= [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + [\sqrt{4}] + [\sqrt{5}] + [\sqrt{6}] + [\sqrt{7}] = 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$$

(۱۱)

در مورد نمودار تابع $y = |x + 5| + 5$ "کدام" گزینه نادرست است؟

۱ دامنه \mathbb{R} ۲ برد برابر ۵ $y > 5$



اعمال روی توابع :

سلام دوستان ... خداقوت! امروز می‌ریم سراغ مبحث اعمال توابع که صحبت

خیلی مهمی در آزمون های آزمایشی و کنکور است.

دامنه توابع چند جمله ای :

در توابع چند جمله ای متغیر x هر مقدار باشد، برای y تمام مقادیر به دست

می آید. پس این توابع همیشه تعریف شده هستند و دامنه آنها برابر \mathbb{R} است.

دامنه توابع فویا :

به توابعی مانند $y = \frac{1}{x}$ ، $y = \frac{\sqrt{2x}}{x+4}$ ، $y = \frac{1}{x^2+1}$ فویا می‌گویند. چرا؟ (عوض صورت و

مخرج آنها چند جمله ای هستند) برای یافتن دامنه آن ها ابتدا مخرج را مساوی

صفر می‌نویسیم تا ریشه های آن به دست آیند.

{ ریشه های مخرج } = $\mathbb{R} - \text{دامنه}$

چرا این کار را می‌کنیم؟
www.my-dars.ir

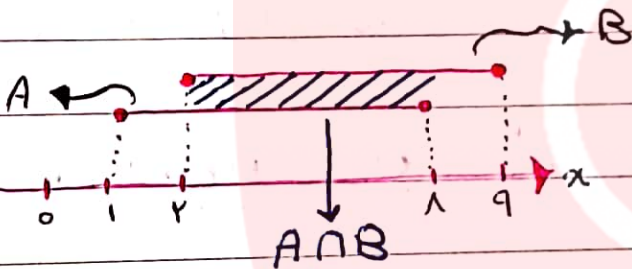
غلط این است که هیچ منبع فیزی در ریاضی نباید صرفاً باسد چون

در این صورت، تعریف شده می باشد.

اشتراک گرفتن از دو مجموعه دلخواه:

مثلاً می خواهیم از دو مجموعه $A = \{1 \leq x \leq 8\}$ و $B = \{2 \leq x \leq 9\}$

اشتراک می گیریم. در این مورد موارد مشترک است و x که را رسم کنیم و A و B



را روی آن غایب دهیم.

$$\rightarrow A \cap B = \{2 \leq x \leq 8\}$$

تفاضل دو مجموعه از هم:

فرض $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{3, 4, 5\}$ باشد، می خواهیم $A - B$ را حساب

کنیم. در این صورت باید اشتراک مجموعه های A و B را از مجموعه A حذف

کنیم. هر چه از A باقی بماند جواب است.

$$A - B = A - (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2\}$$

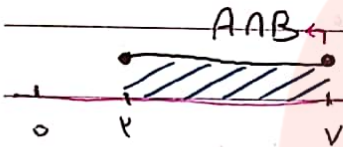
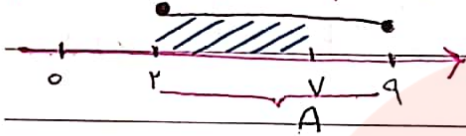
ملاحظه کنید که برای دو مجموعه از اعداد حقیقی انجام می دهیم

$$A = \{2 \leq x \leq 9\}$$

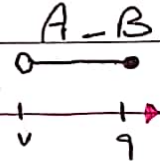
$$A - B = A - (A \cap B) =$$

$$\{2 \leq x \leq 9\} - \{2 \leq x \leq 7\} = \{7 < x \leq 9\}$$

$$B = \{2 \leq x \leq 7\}$$



تقسیم پایین
را از بالا
حذف می‌کنیم



اعمال روی توابع :

می‌خواهیم با داشتن دو تابع f و g توابع $(f+g)$ ، $(f \times g)$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\frac{g}{f}$ را به

دست آوریم. راه حل: اگر به صورت زوج مرتب باشند، بدون استفاده از فرمول

کافی است x یکی مشترک f و g را پیدا کرده، سپس جمع، تفریق، ضرب و

تقسیم را روی آن انجام می‌دهیم.

$$f = \{(2, 4), (3, 8), (5, 12)\}$$

$$g = \{(2, 3), (7, 1), (5, 0)\} \rightarrow f + g = \{(2, 9), (5, 12)\}$$

$$f - g = \{(2, 4 - 3), (5, 12 - 0)\} = \{(2, 1), (5, 12)\}$$

$$\frac{g}{f} = \{(2, \frac{3}{4}), (5, \frac{0}{12})\} = \{(2, \frac{1}{4}), (5, 0)\}$$

www.my-dars.ir

ضرب یک عدد در یک تابع زوج مرتبه :

$$f = \{(1, 3), (4, 5), (8, 9)\}$$

حال می‌خواهیم $3f$ که در واقع $f + f + f$ است را به دست

آوریم. راه حل: فوقاً کافی است عددی دوم را در ۳ ضرب کنیم.

$$3f = \{(1, 3 \times 3), (4, 3 \times 5), (8, 3 \times 9)\} = \{(1, 9), (4, 15), (8, 27)\}$$

به توان رساندن یک تابع زوج مرتبه :

حال تابع بالا را در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم f^2 را به دست آوریم.

$$f^2 = \{(1, 3^2), (4, 5^2), (8, 9^2)\} = \{(1, 9), (4, 25), (8, 81)\}$$

" فرمول " :

$$\text{ضربه} : (f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$\text{دامنه} = D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$\text{ضربه} : (f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$\text{دامنه} = D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$\text{ضربه} : (f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$\text{دامنه} = D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$$

$$f \circ g = \left(\frac{f}{g}\right)x = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\text{مجال} = D_{\frac{f}{g}} = (D_f \cap D_g) - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$g \circ f = \left(\frac{g}{f}\right)x = \frac{g(x)}{f(x)}$$

$$\text{مجال} = D_{\frac{g}{f}} = (D_f \cap D_g) - \{x \mid f(x) = 0\}$$

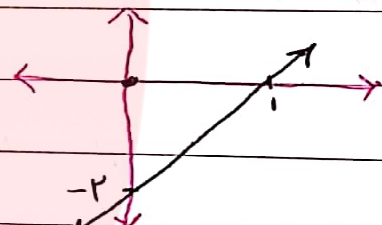
نمودار:

$$(f-g)(x) = (x-1) - (-x+1) = x-1 + x-1 = 2x-2$$

$$f(x) = x-1 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} D_{f-g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R}$$

$$g(x) = -x+1$$

x	0	1
y	-2	0

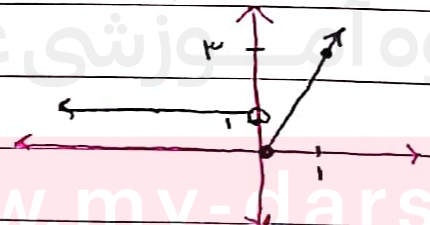


گاهی اوقات f و g در تابع غیر مشابه اند دامنه هر دوی آنها

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x \geq 0 \\ \varepsilon & x < 0 \end{cases}$$

باقی نسبت است - مانند:

$$g(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 0 \\ -3 & x < 0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad (f+g)(x) = \begin{cases} (x-1) + (2x+1) & x \geq 0 \\ \varepsilon + (-3) & x < 0 \end{cases}$$



نمودار:

فونڈ سوال :

* دامنه تابع گویای $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 5x - 4}$ و شامل چند عدد حقیقی نمی باشد P

گ : 3 : پاسخ

مخرج $= 0 \rightarrow x^2 - 5x - 4 = 0$
 $(x - 4)(x + 1) = 0 \rightarrow x = 4$
 $\rightarrow x = -1$

(۲) خط

۱۱) هیچ

(۳) دو

۱۲) سه

* اگر $F = \{(1, 3), (4, 4), (8, 9)\}$ و $g = \{(4, 1), (9, 2), (16, 3)\}$ باشند

گ : 4 : پاسخ

۱۳) تابع $g^2 + 2F$ کدام است ؟

(۲) $\{(1, 10), (4, 14)\}$

(۱) $\{(1, 8), (4, 10)\}$

(۳) $\{(4, 13), (8, 17)\}$

(۳) $\{(4, 12), (8, 17)\}$

$2F = \{(1, 4), (4, 12), (8, 18)\}$

$= 2 \{(4, 13), (8, 17)\}$

$g^2 = \{(4, 1), (9, 4), (16, 9)\}$

* اگر $f(x) = x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشند

(۳)

۱۴) حاصل $(2f - 3g)(2)$ کدام است ؟
 پاسخ = $2(2^2 - 5(2) + 1) - 3(\frac{1}{2}) =$

$(\frac{-23}{2})$

$-\frac{23}{2}$ (۳)

$\frac{23}{2}$ (۳)

$\frac{11}{2}$ (۲)

$-\frac{11}{2}$ (۱)

شاخص های آماری:

تعریف:

برای اینکه بتوانیم تغییرهای متفاوت را در جامعه آماری مقایسه کنیم، نیاز به

معیار کمی داریم که از جنبش عدد و رقم باشد که به آنها شاخص های آماری

می گویند.

۱) شاخص فقر:

تعریف:

کمترین مقدار درآمد لازم برای زندگی هر شخص در یک ماه. که در کشور های

غنی تفاوت متفاوت است.

روس های محاسبه خط فقر:

دو روش است که هر دو روش بر اساس درآمد شخص است. البته به نحوی

درآمد نمی تواند خط فقر را مشخص کند. چرا که چون ممکن است درآمد شخصی بالا

باشد ولی هزینه های زندگی اش بالا تر باشد. روش دیگر:

۱) نصف میانگین درآمد
۲) نصف میانگین درآمد

نکته: اگر اختلاف بین درآمدها رخ دهد، خیلی زیاد باشد، بهتر است از روش

نصف میانگین استفاده کنیم.

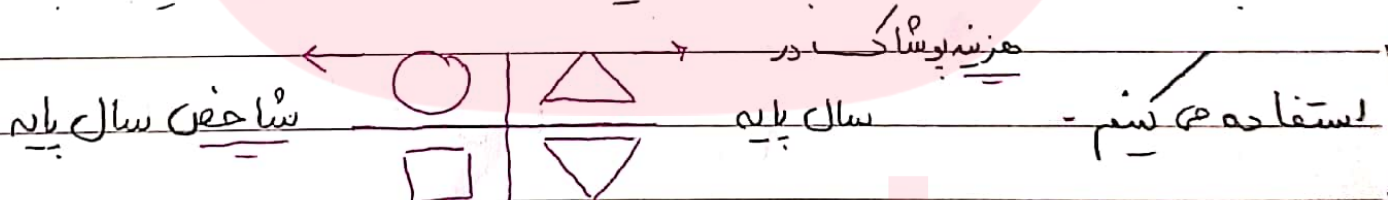
۲) شاخصهای کالای و خدمات مصرفی:

به کمک این شاخص، تغییرات قیمت در یک سال مشخص می شود و مفهوم این

شاخص به این ترتیب است که اگر شاخص زیاد شود، تورم در جامعه وجود دارد.

نکته: مقدار هر شاخص که در سال پایه معادلی باشد.

مثلاً برای یافتن مقدار هزینه پوشاک در یک ماه و سال مشخص از این تناسب ساده



هزینه پوشاک در زمان خواسته شده

شاخص پوشاک در زمان مورد نظر

نکته: تغییر متوسط قیمت کالا و خدمات در طول زمان را تورم می گویند.

برای پیدا کردن تورم بین سال پایه و سال مورد نظر:

ساعات بهای کالا در سال قدیم - ساعات بهای کالا در سال جدید = درصد تورم $\times 100$

ساعات بهای کالا در سال قدیم

نکته: اگر قیمت یک کالا در سال پایه a و در سال مورد نظر d باشد و قیمت کالای دیگر

در سال پایه c و در سال مورد نظر d باشد و هم چنین مقدار مصرف آن ها در

سال پایه m و n و در سال مورد نظر d باشد، ساعات بهای آن دو کالا با هم برابر است با:

$$= \frac{(b \times m) + (d \times n)}{(a \times m) + (c \times n)} \times 100$$

۳) ساعات نرخ بیماری:

نرخ بیماری: $\frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$

تعداد ساعات بیکاری + تعداد بیکاران = جمعیت فعال

همه افرادی که در سن ۱۵ تا ۶۴ سال باشند و توانایی انجام کار را دارند جمعیت فعال می گویند.

که ممکن است مشغول به کار یا بیکار باشند.

تعریف بیکار: شخصی که در جستجوی کار باشد یا به صورت موقت از کار بیکار شده

www.my-dars.ir

است و یا منتظر شروع یک کار جدید از تاریخ معینی باشد.

۴. شاخص توده بدنی (ناتوب) :

به کمک این شاخص می توانیم تعیین کنیم که وزن بد فرد بدمال است یا خند.

$$B.M.I = \frac{\text{وزن (kg)}}{\text{مربع قدر (m}^2\text{)}}$$

فوند سوال :

شاخص توده بدنی (B.M.I) فردی

گروه سنی	ناتوب مطلوب
۱۹ - ۲۴	۲۲
۲۵ - ۳۴	۲۳
۳۵ - ۴۴	۲۴
۴۵ - ۵۴	۲۵
۵۵ - ۶۴	۲۶
۶۵ - ۷۴	۲۷

برابر ۲۳ است. اگر فرد ۲۰۰ cm باشد

وزن چقدر است ؟

$$B.M.I = \frac{\text{وزن}}{\text{مربع قدر}} \Rightarrow \text{بافت}$$

$$23 = \frac{x}{2^2} \Rightarrow x = 2^2 \times 23 = 92 \text{ kg}$$

۵. شاخص پایه آموزش :

به کمک این می توان تشخیص داد که کتاب به زبان انگلیسی برای چه گروه سنی ویا

چه پایه تحصیلی از جای این مفید باشد که از رابطه زیر به دست می آید :

$$[0.14 \times (\text{تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

نمونه سوالات:

۱- اگر غلظت فقر در یک اداره به روشی نصف می‌گردد برابر ۲ میلیون تومان باشد و

در آن مقدار در این اداره بر حسب میلیون تومان به صورت ۲، ۵، ۲، ۱، ۴، ۲، ۵، ۳، ۵ باشد.

باشد. مقدار a کدام است؟ $۲, ۱, ۴, ۵$ (۲) $۱, ۳, ۲, ۵$ یا هیچ

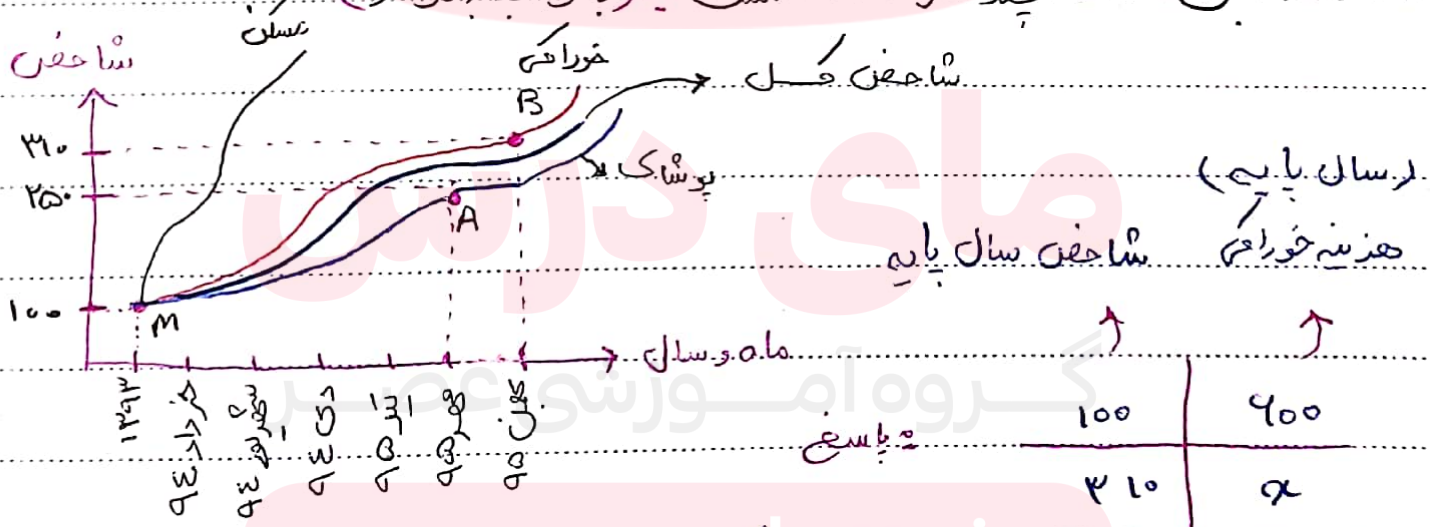
$$\bar{x} = \frac{5 + 3 + 2 + 5 + 4 + 1 + 5 + 4 + a + 2}{10} = \frac{24 + a}{10}$$

$$\text{مغز فقر} = \frac{\bar{x}}{2} = \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow \frac{24 + a}{10} = 2$$

$$\Rightarrow 2(24 + a) = 20 \rightarrow a = 20 - 24 = -4$$

۲- اگر هزینه‌های خوراکی در سال ۱۳۹۳ برابر ۴۰۰ هزار تومان باشد، هزینه‌های

خوراکی در بهمن ۹۵، چند هزار تومان است؟ رابطه به نمودار



شخص خوراکی بهمن ۹۵

$$a = \frac{210 \times 400}{100} = 840$$

هزینه خوراکی در کلن ۹۵

۳) اگر در یک مسابقه، تعداد پهلوانان ۲۴ میلیون نفر و تعداد ساعین آن ۹۴ میلیون

نفر باشد، ساحت نفع بیگاری چند درصد است؟

پاسخ: $120 = 24 \times 94 = \text{ساحت نفع}$

$$\text{نفع بیگاری} = \frac{24}{120} \times 100 = 20\%$$

ع) هر عجله‌ی یک کتاب ایلیسی به طور متوسط ۸ کلمه دارد و ساحت نفع پایه آموزش در این کتاب هاجی باشد، چند درصد لغات، دستور هستند؟

۱۰، ۱۱ ۱۷، ۱۲ ۲۸، ۲۳ ۴۰، ۱۴

پاسخ: $\rightarrow [(10 \times 11) + (17 \times 12) + (28 \times 23) + (40 \times 14)] = \text{ساحت نفع پایه آموزش}$

$$10 = [(11 + 17) + 40]$$

حل معادله بالا به خاطر وجود براکت دستور است، لذا بهتر است از اعداد نزدیک استفاده کنیم. توقف اکثر به جای ۸ عدد ۱۷ قرار دهیم، به رابطه‌ی درست می‌رسیم:

$$10 = [(17 + 11) \times 40] \rightarrow 10 = [10] \rightarrow 10 = 10$$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir